11 गणित में अध्यापन विधियाँ (Teaching Methods in Mathematics)

अध्यापक को यह सामान्य अनुभव है कि अधिकतर विद्यार्थी गणित में रुचि नहीं रखते हैं। इसका विशेष कारण स्वयं विषय नहीं है, बल्कि पाठन-विधि के उपयुक्त न होने के कारण बालक इस विषय को पसन्द नहीं करते है। **बैलर्ड** (Ballard) महोदय के अनुसार तो गणित की शिक्षा, जो एक सुखदायक क्रिया होनी चाहिए थी, एक भयानक स्वप्न बन गयी है। जब कभी अध्यापक किसी एक प्रश्न का हल विद्यार्थियों को देता है तो वे समझते हैं कि यह हल उन पर एक भारस्वरूप है और जबरन उनके ऊपर थोपा गया है, परन्तु उसी प्रश्न के हल करने की विधि बदल देने पर बालक उसमें रुचि लेने लगते हैं और विषय से प्रेम भी करते हैं।

गणित पढ़ाने में भिन्न-भिन्न स्तरों पर भिन्न-भिन्न विधियों का प्रयोग किया जाता है। हमको गणित-पाठन में भिन्न-भिन्न स्तर के बालकों से सम्बन्ध रखना पड़ता है। इस कारण विभिन्न विधियों का प्रयोग गणित पढ़ाने में किया जाता है। इसका कारण यह भी है कि बालकों का विकास समान रूप से नहीं होता है। इसके अतिरिक्त कक्षा में बालक समान आयु के नहीं होते हैं। कुछ बालक 6 या 7 वर्ष के होते हैं, कुछ की आयु इससे अधिक होती है। इसके कारण उनकी मानसिक शक्तियों (Mental faculties) में अन्तर होता है। उदाहरण के लिए, यह कहा जा सकता है कि 6 या 7 वर्ष का एक विद्यार्थी 15 या 16 वर्ष के विद्यार्थी के बराबर किसी उपविषय (Topic) या विधि को नहीं समझ सकता है, क्योंकि दोनों समूह के बालकों की मानसिक शक्ति अलग-अलग होती है। अधिक आयु वाले बालकों के तर्क का आधार अधिक विचारयुक्त तथा गम्भीर होगा।

उपर्युक्त कथन से यह स्पष्ट है कि एक बच्चे का मस्तिष्क पूर्ण विकसित नहीं होता है जिसके कारण उसकी ओर अधिक ध्यान देने की आवश्यकता होती है। एक अध्यापक तभी अपने पाठन में सफल हो सकता है, जबकि वह भिन्न-भिन्न स्तर के बालकों के लिये भिन्न-भिन्न विधियों का प्रयोग करे तथा अपने पाठ को इतना रोचक बनाये कि बालक उसमें रुचि ले सकें तथा उनको गणित से प्रेम हो।

थॉर्नडाइक महोदय ने व्यक्तिगत भिन्नताओं के बारे में कहा है, "एक ही कक्षा में उच्च कोटि तथा निम्न कोटि के बालकों में बड़ा अन्तर होता है। उच्च कोटि के बालक एक ही समय में निम्न कोटि के बालकों से 6 गुना अधिक सीखते है या एक ही कार्य को उच्च बालक निम्न बालक की अपेक्षा 1/6 समय में सीख सकते हैं।"

इसलिये अध्यापक के पढ़ाने की विधि इस तरह होनी चाहिये कि उससे बालकों की शक्ति का विकास किया जा सके। इसके साथ-साथ यह बात भी ध्यान देने की है कि एक ही विधि द्वारा सम्पूर्ण विषय (Topic) को समान दक्षता (Efficiency) से नहीं पढ़ाया जा सकता।

गणित की शिक्षण विधियाँ (METHODS OF TEACHING MATHEMATICS)

विधि (Method) के प्रयोग करने से पहले यह जान लेना आवश्यक है कि विधि (Method) से क्या तात्पर्य है तथा उसके अन्तर्गत जिन युक्तियों (Devices) तथा प्रविधियों (Techniques) का प्रयोग होता है, वे क्या हैं; विधि, युक्ति और प्रविधि में क्या अन्तर होता है।

विधि (Method)—कक्षा में छात्रों के सीखने तथा शिक्षक के द्वारा शिक्षण-क्रिया से सम्बन्धित जो कार्य किये जाते हैं, उनके ज्ञान के आधार पर ही विधि का स्पष्टीकरण होता है।

किसी भी सीखने की स्थिति (Learning situation) में शिक्षण तथा छात्र का पठन दोनों आते हैं। शिक्षक द्वारा कक्षा-शिक्षण में निम्न बातें आती हैं–

1. प्रेरणा (Motivation) देना
2. समस्या प्रस्तुत करना (Raising the problem)
3. उदाहरण देना (Give illustration)
4. परख का प्रयोग (Use of test)
5. छात्रों की क्रिया को दिशा देना (Direct students activities)
6. छात्रों की सहायता से पाठ्य-सामग्री का संगठन तथा निष्कर्ष निकालना (Organization and drawing conclusions by the help of students)
7. मूल्यांकन (Evaluation)

छात्रों की क्रियायें (Student's Activities)–

1. प्रेरित होना (Stimulation)
2. निरीक्षण करना (Observation)
3. पुराने अनुभवों का प्रत्यास्मरण (Recall of past experiences)
4. ध्यान से सुनना (Listen carefully)
5. पाठ्य-वस्तु का ज्ञान कराना (Knowledge of subject-matter)
6. निष्कर्ष निकालना (Drawing inference)

विधि वह प्रक्रिया है जिसके द्वारा किसी लक्ष्य की प्राप्ति सम्भव है। विधि के अन्तर्गत पाठ्य-वस्तु को क्रम में रखना आता है। यह एक क्रम में चलने वाली प्रक्रिया है। इसमें बहुत-से कार्य किये जाते हैं जिनकी सहायता से लक्ष्य की प्राप्ति होती है। ये सभी कार्य जिनकी सहायता से लक्ष्य की प्राप्ति होती है, युक्ति (Devices) कहलाते हैं। इस प्रकार एक विधि के अन्तर्गत बहुत-सी युक्तियाँ (Devices) आती हैं। इस प्रकार शिक्षक कक्षा में जो भी कार्य करता है वह सब विधि नहीं कहलाती है, बल्कि पाठ्य-वस्तु संगठित करना कहलाती है जिससे छात्र भली प्रकार सीख सकें।

युक्तियाँ (Devices)—प्रत्येक विधि के अन्तर्गत युक्तियों का प्रयोग किया जाता है। क्रियायें, जैसे वर्णन करना (Narration), प्रश्न करना (Questionning), प्रयोग प्रदर्शन (Demostration) आदि

युक्तियाँ कहलाती हैं। ये युक्तियाँ सीखने की क्रिया में सहायता देती हैं। ये युक्तियाँ विधियों से भिन्न हैं, परन्तु उनके अन्तर्गत इनका प्रयोग किया जाता है तथा एक विधि के अन्दर कई युक्तियों का प्रयोग सम्भव है।

प्रविधि (Techniques)—प्रविधि किसी युक्ति के अन्तर्गत प्रयोग की जाती है। शिक्षक की वास्तविक क्रियायें ही प्रविधि (Techniques) कहलाती हैं। ये किसी भी युक्ति को एक विशेष रूप देती हैं। उदाहरण के रूप में, प्रश्न करना (Questioning) एक युक्ति है, परन्तु प्रश्न किस प्रकार का हो, प्रश्नों की गति क्या हो, प्रश्न करने में शिक्षक के हाव-भाव कैसे हों, प्रश्नों का वितरण (Distribution) कैसा हो, आदि सभी क्रियायें प्रविधि कहलाती हैं।

दो शिक्षक गणित-शिक्षण में एक ही युक्ति का प्रयोग कर रहे हों, परन्तु एक ही प्रविधि (Techniques) दूसरे से भिन्न हो सकती है। कक्षा-शिक्षण में शिक्षक को इन्हीं प्रविधियों का उपयुक्त प्रयोग सीखने की आवश्यकता है। यही शिक्षण का चातुर्य (Skill) है जो पाठ्य-वस्तु को व्यवस्थित रूप देती है। इसी प्रकार कक्षा-शिक्षण में सहायक सामग्री का ही सही प्रदर्शन भी एक प्रविधि है जिसको प्रयास द्वारा सीखा जाता है। इस प्रकार प्रविधि (Technique) को अभ्यास द्वारा सीखा जाता है। इस तरह से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि विधि एक योजना है जिसके अन्तर्गत युक्ति (Device) तथा युक्ति के अन्तर्गत प्रविधियाँ (Techniques) आती हैं।

गणित-शिक्षण में निम्नलिखित विधियों (Methods) का प्रयोग किया जाता है—

आगमन विधि
(INDUCTIVE METHOD)

आगमन विधि गणित शिक्षण में एक महत्वपूर्ण प्रभावशाली विधि है। इस विधि में छात्र उदाहरणों द्वारा किसी सामान्य नियम या ज्ञान प्राप्त करते हैं अर्थात् आगमन विधि में उदाहरणों के माध्यम से किसी सामान्य नियम को निकलवाया जाता है। इस विधि के बारे में **लैंडल** ने कहा है कि जब कभी हम बालकों के सम्मुख बहुत-से तथ्य उदाहरण या वस्तुएँ प्रस्तुत करते हैं और फिर इनके स्वयं के निष्कर्ष निकलवाने का प्रयत्न करते हैं तब हम शिक्षण की आगमन प्रणाली का प्रयोग करते हैं।

इस प्रकार आगमन विधि का जब अध्यापक प्रयोग करते हैं तो वह छात्रों को नियमों, सिद्धान्तों, परिभाषाओं की परिकल्पनायें कराने की कोशिश कराते हैं। इस विधि में सामान्यतः तीन सूत्रों का प्रयोग किया जाता है—

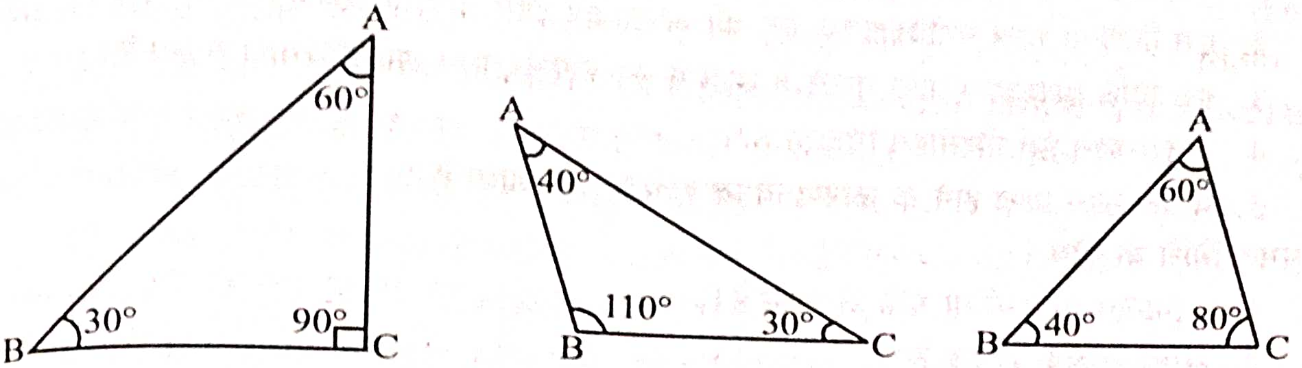
1. ज्ञात से अज्ञात की ओर।
2. विशिष्ट से सामान्य की ओर।
3. स्थूल से सूक्ष्म की ओर।

आगमन विधि में निम्न पदों का प्रयोग अध्यापक करता है—

1. उदाहरणों का प्रस्तुतीकरण।
2. निरीक्षण कार्य करना।
3. सामान्यीकरण।
4. सत्यापन।

उदाहरण 1. त्रिभुज के तीनों अन्त: कोणों का योग ज्ञात कराना।

छात्रों को भिन्न प्रकार के तीन त्रिभुज—समकोण त्रिभुज, न्यूनकोण त्रिभुज व अधिककोण त्रिभुज बनवाये जायें, तत्पश्चात् चाँदे द्वारा उनके कोणों को नपवाया जाये।



चित्र-1 **चित्र-2** **चित्र-3**

	A	B	C	योग
चित्र-1 के कोण	60°	30°	90°	180°
चित्र-2 के कोण	40°	110°	30°	180°
चित्र-3 के कोण	60°	40°	80°	180°

इस प्रकार छात्र देखेंगे कि उनके द्वारा बनाये गये सभी त्रिभुजों के अन्त:कोणों का योग 180° के बराबर होता है तो वे इस निष्कर्ष पर पहुँचेंगे कि प्रत्येक त्रिभुज के तीनों अन्त:कोणों का योग 180° होता है। इस प्रकार इस विधि में छात्र विशिष्ट उदाहरणों की सहायता से सामान्य नियम की स्थापना करता है।

उदाहरण 2. साधारण ब्याज के सूत्र की स्थापना कराना।

1. 600 रुपये की 4 साल की ब्याज 5% की दर से ज्ञात कीजिये।
2. 1000 रुपये की 5 साल की ब्याज 10% की दर से ज्ञात कीजिये।
3. 2000 रुपये की 3 साल की ब्याज 20% की दर से ज्ञात कीजिये।

उपर्युक्त सभी प्रश्नों का उत्तर ज्ञात करने के लिये बार-बार हमें लिखना पड़ेगा कि—

सूत्र— $$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

1. $\text{ब्याज} = \frac{600 \times 4 \times 5}{100}$

2. $\text{ब्याज} = \frac{1000 \times 5 \times 10}{100}$

3. $\text{ब्याज} = \frac{2000 \times 3 \times 20}{100}$

दोहा—काल, मूल, दर का गुणा सौ का दीजे भाग।

लब्ध बचे सो जानिये, सही ब्याज है जाय।।

आगमन विधि के गुण

1. इस विधि द्वारा बालक स्वयं परिश्रम करके नवीन नियमों की खोज करता है इसलिये ज्ञान स्थायी होता है।
2. इस विधि से छात्र मनोवैज्ञानिक ढंग को अपनाकर ज्ञान प्राप्त करता है।
3. इस विधि द्वारा ज्ञान प्राप्त करने में छात्र में आत्मनिर्भरता व आत्मविश्वास बढ़ता है।
4. अनुसन्धान हेतु प्रोत्साहन मिलता है।
5. प्रत्यक्ष ज्ञान प्राप्त होने के कारण विषय रुचिकर हो जाता है।

आगमन विधि के दोष

1. ज्ञानार्जन बहुत धीमी गति से होता है।
2. समय अधिक लगता है।
3. पाठ्यक्रम पूरा नहीं हो सकता है।
4. अध्यापक निष्क्रिय हो जाता है।
5. सभी विषय व विषयवस्तु नहीं पढ़ायी जा सकती।

निगमन विधि
(DEDUCTIVE METHOD)

निगमन विधि, आगमन विधि की पूर्णतया विपरीत विधि है। इसमें पहले छात्रों को नियम बता दिया जाता है, तत्पश्चात् उदाहरण प्रस्तुत किया जाता है। इस निगमन विधि में नियम या सिद्धान्तों की पुष्टि उदाहरणों के माध्यम से की जाती है। पहले अध्यापक छात्रों के समक्ष नियम या सिद्धान्त प्रस्तुत कर उन्हें रटाता है, तत्पश्चात् उदाहरणों द्वारा पुष्टि करता है। इस विधि के बारे में **लेंडल** ने कहा है कि "निगमन विधि द्वारा शिक्षण पहले परिभाषा या नियम सिखाया जाता है, तत्पश्चात् उसके अर्थ का सावधानी से स्पष्टीकरण किया जाता है और अन्त में तथ्यों का प्रयोग करके उसे पूर्णतया स्पष्ट किया जाता है।"

1. नियम अथवा सिद्धान्त का प्रस्तुतीकरण।
2. नियम अथवा सिद्धान्त का प्रयोग या उदाहरण देना।
3. निष्कर्ष निकालना।
4. सत्यापन।

इस विधि में निम्न सूत्रों का प्रयोग किया जाता है—

1. अज्ञात से ज्ञात की ओर।
2. सामान्य से विशिष्ट की ओर।
3. सूक्ष्म से स्थूल की ओर।
4. सिद्धान्त से उदाहरण की ओर।

उदाहरण 1. 1,200 रुपये की तीन वर्ष की सरल ब्याज 10% की दर से ज्ञात करो। निगमन विधि का प्रयोग करने के लिये छात्रों को साधारण ब्याज ज्ञात करने का सूत्र बताया जायेगा।

हल—$\text{साधारण ब्याज} = \dfrac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

अतः साधारण ब्याज $= \frac{1200 \times 10 \times 3}{100} = 360$ रुपये

उदाहरण 2. एक आयताकार खेत की लम्बाई 300 मी. तथा चौड़ाई 200 मी. है तो खेत का क्षेत्रफल बताओ।

हल—इस प्रश्न का हल करने के लिये यदि निगमन विधि का प्रयोग किया जायेगा तो पहले छात्रों के समक्ष सूत्र प्रस्तुत किया जायेगा और तब प्रश्न हल हो जायेगा।

आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

इस प्रकार सूत्र के अनुसार = 300 × 200 वर्ग मीटर

= 60,000 वर्ग मीटर

इसी प्रकार अनेक सूत्रों का प्रयोग कर अनेक प्रश्नों को शीघ्रता से छात्रों को हल करवाया जा सकता है।

निगमन विधि के गुण

1. इस विधि में समय की बचत होती है। कम समय में अधिक-से-अधिक प्रश्न हल कराये जा सकते हैं। इसलिये अध्यापक इस विधि का अधिकतर प्रयोग करते हैं।
2. इससे छात्रों की स्मृति में वृद्धि होती है क्योंकि छात्रों को अनेक सूत्र याद करने पड़ते हैं।
3. बार-बार के अभ्यास से यह विधि अधिक लाभप्रद होती है।

निगमन विधि के दोष

1. इस विधि में छात्र नियमों व सिद्धान्तों का ज्ञान प्रयत्न व परिश्रम से प्राप्त नहीं करता है क्योंकि अध्यापक उस सूत्र को पहले ही बता देता है जिससे छात्र की जिज्ञासा, तर्क, विचार और शक्ति का बौद्धिक विकास नहीं हो पाता।
2. इस विधि द्वारा प्राप्त ज्ञान अपूर्ण व स्पष्ट होता है।
3. यह विधि छात्रों में रटने की प्रवृत्ति उत्पन्न करती है।
4. इससे छात्रों में आत्मविश्वास व आत्मनिर्भरता की भावना पैदा नहीं हो पाती है।
5. इससे वैज्ञानिक दृष्टिकोण उत्पन्न नहीं हो पाता है।

आगमन तथा निगमन विधियाँ एक-दूसरे की विरोधी नहीं, बल्कि एक-दूसरे की पूरक हैं। अतः अच्छे अध्यापक को शिक्षण के लिये दोनों विधियों का प्रयोग करना चाहिये। सुप्रसिद्ध शिक्षाशास्त्री हर्बार्ट ने अपनी पंचपद प्रणाली में दोनों विधियों का अच्छा समन्वय दिखाया है। इन विधियों का प्रयोग अन्य विषयों में भी सफलतापूर्वक किया जा सकता है।

विश्लेषण विधि
(ANYALYTIC METHOD)

विश्लेषण विधि से हमारा तात्पर्य है कि किसी भी समस्या की तह तक पहुँचने के लिये तथा समस्या का हल सुविधापूर्वक खोजने के लिये उसे छोटे-छोटे भागों में विभक्त किया जाये और इस तरह अज्ञात का रहस्य खोजते-खोजते ज्ञात तक पहुँचने का प्रयास करते हैं। समस्या में जो कुछ ज्ञात करना होता है अथवा सिद्ध करना होता है उससे आरम्भ करते हैं तथा यह सिद्ध करने अथवा ज्ञात करने के लिये हमें

पहले क्या ज्ञात या सिद्ध कर लेना चाहिए और इस तरह पता लगाते-लगाते जो कुछ दिया होता है उस तक पहुँच जाते हैं। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि विश्लेषण विधि में किसी तथ्य या समस्या को टुकड़ों में विभाजित कर दिया जाता है। ये टुकड़े या खण्ड इस प्रकार किये जाते हैं कि उनको मिलाने पर वही विषय या समस्या अपने स्वरूप में लौट आती है।

इस प्रकार रेखागणित, अंकगणित, बीजगणित की समस्याओं का हल खोजने के लिये विश्लेषण विधि का प्रयोग किया जाता है। इस विधि का प्रयोग निम्नलिखित बातों के कहने हेतु किया जाता है–

1. अंकगणित में किसी-न-किसी समस्या को हल करना होता है।
2. जब किसी प्रमेय को सिद्ध करना होता है।
3. जब रेखागणित में किसी रचना का हल ढूँढ़ा जाता है।

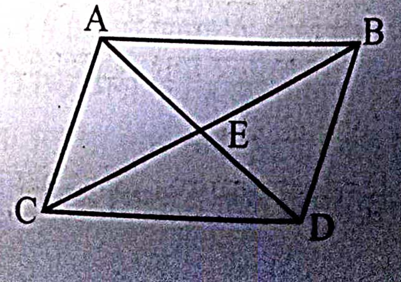
इस विधि में अज्ञात से ज्ञात की ओर चलते हैं। इस प्रकार छात्र स्वयं इस बात की खोज करता है कि किसी समस्या को हल करने के लिये कौन-कौन-सी बातें ज्ञात होनी चाहिये। विश्लेषण वह विधि है जिसके द्वारा छात्र समस्या का हल ज्ञात करते हैं तथा इस बात की खोज करते हैं कि किसी विशेष पद को भूल गये हैं।

उदाहरण 1–सिद्ध करो कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

इस प्रमेय को पढ़ाने के लिये छात्रों के समक्ष एक एकान्तर चतुर्भुज प्रस्तुत किया जायेगा जिसमें पूर्ण से खण्ड की ओर सिद्धान्त लागू होगा, तत्पश्चात् छात्रों को उनके विकर्णों का ज्ञान कराया जायेगा। अब आगमन विधि द्वारा उन विभिन्न समान्तर चतुर्भुजों के विकर्णों के खण्डों को नपवाया जायेगा और उनका सम्बन्ध निकलवाया जायेगा जिससे यह निष्कर्ष निकाल सकेंगे कि किसी भी समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। इसके बाद इस सत्य की परख के लिए कुछ अन्य समान्तर चतुर्भुजों के विकर्णों के खण्डों को नापा जायेगा। अब अनुभव सिद्ध ज्ञान को तर्कयुक्त बनाने के लिये पहले विश्लेषण विधि का प्रयोग किया जायेगा।

समस्या का विश्लेषण निम्नवत् किया जायेगा–

अध्यापक कार्य	छात्र क्रियायें
1. चित्र में AC और AB विकर्ण एक-दूसरे को विभाजित करते हैं। इसका क्या अर्थ है ?	इसका अर्थ है कि AE = EC और BE = DE
2. AE = EC और BE= ED कब होगी ?	जब इन भुजाओं से बने संगत त्रिभुजों Δ AEB और Δ DEC अनुरूप होंगे अथवा Δ AED = Δ BEC अनुरूप होंगे।
3. Δ AEB और Δ DEC अनुरूप कब होंगे ?	जब एक त्रिभुज की तीनों भुजायें दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के अलग-अलग बराबर हों और संगत कोण बराबर हों अथवा एक भुजा और दो कोण बराबर हों।



4. इन त्रिभुजों में क्या-क्या बराबर दिखायी देता है ?	इन त्रिभुजों में AB = DC (समान्तर चतुर्भुज की समान्तर भुजायें) ∠EDC = ∠ABE (एकान्तर कोण हैं) ∠ECD = ∠EAB (एकान्तर कोण हैं) इस प्रकार D अनुरूप होंगे।
5. इससे क्या परिणाम निकलता है ?	AE = EC व BE = DE

उदाहरण 2. एक 7 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि के चारों ओर तार लगाने का व्यय क्या होगा यदि तार एक रुपये प्रति मीटर हो ?

1. ऊपर वाले प्रश्न में क्या दिया है ?	1. वृत्त की त्रिज्या तथा तार लगाने की दर दी हुई है।
2. प्रश्न में क्या ज्ञात करना है ?	2. तार लगाने का सम्पूर्ण व्यय ज्ञात करना है।
3. तार लगाने के सम्पूर्ण व्यय को कैसे ज्ञात कर सकते है ?	3. जब सम्पूर्ण तार की लम्बाई तथा तार की दर ज्ञात हो जाये।
4. तार की लम्बाई क्या होगी ?	4. तार की लम्बाई वृत्त की परिधि के बराबर होगी।
5. वृत्त की परिधि कैसे ज्ञात करोगे ?	5. वृत्त की परिधि के सूत्र द्वारा जबकि त्रिज्या 7 मीटर दी हुई है। वृत्त की परिधि $= 2\pi r$ $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$ = 44 मीटर

अतः वृत्त की परिधि व तार लगाने की दर ज्ञात होने पर तार लगाने का व्यय ज्ञात कर सकते हैं।

विश्लेषण विधि के गुण

1. यह सीखने की एक तार्किक एवं वैज्ञानिक विधि है। विश्व की समस्त घटनाओं एवं क्रियाओं के पीछे छिपे कारणों का इस विधि द्वारा पता लगाया जा सकता है। समस्त वैज्ञानिक खोजें इसी विधि से हुई हैं।
2. इस विधि में छात्र अधिक क्रियाशील रहते हैं। चूँकि इस विधि में से कैसे वाक्यों का उत्तर खोजते हैं। अतः इससे छात्रों की कल्पना, चिन्तन, तर्क, निर्णय आदि मानसिक शक्तियों का विकास होता है।
3. इस विधि द्वारा छात्र खोज की विधि में प्रशिक्षण प्राप्त करते हैं और जीवन से सम्बन्धित गणित की समस्याओं को हल करने का तरीका सीखते हैं।
4. इस विधि से कार्य करने से छात्रों में मौलिकता आती है।
5. इस विधि द्वारा सीखा ज्ञान स्थायी होता है क्योंकि इस विधि में छात्र स्वयं अपने प्रयास से ज्ञानार्जन करने का अवसर प्राप्त करते हैं।

विश्लेषण विधि के दोष

1. विश्लेषण स्वयं एक कठिन प्रक्रिया है इसलिये छोटे बच्चों को अधिक सफलता प्राप्त नहीं है।

2. इस विधि में शक्ति एवं समय दोनों ही अधिक लगते हैं। प्रायः बच्चे ऊब जाते हैं।
3. इस विधि द्वारा सभी विषयों का शिक्षण सम्भव नहीं है।
4. यह एक अमनोवैज्ञानिक विधि है।
5. यह एक अपूर्ण विधि है।

संश्लेषण विधि
(SYNTHETIC METHOD)

विश्लेषण विधि में समस्या को जीवित खण्डों में तोड़कर उसके हल की विधि खोजी जाती है, परन्तु संश्लेषण विधि में समस्या के इन जीवित खण्डों को मिलाकर उसका हल प्रस्तुत किया जाता है। इस विधि में ज्ञात से अज्ञात की ओर चला जाता है इसलिये यह शिक्षण की मनोवैज्ञानिक विधि है।

संश्लेषण विधि के पद

सामान्यतः संश्लेषण विधि के कोई निश्चित पद नहीं हैं, परन्तु इसकी कार्यप्रणाली समझने के निम्न तीन पद हैं—

1. समस्या के आधार का ज्ञान—कोई भी समस्या अपने में समस्या नहीं होती, उसका कोई आधार होता है, उसकी कोई पृष्ठभूमि होती है। संश्लेषण विधि में अध्यापक सर्वप्रथम छात्रों को यह बताता है कि समस्या की आधार पृष्ठभूमि क्या है ?

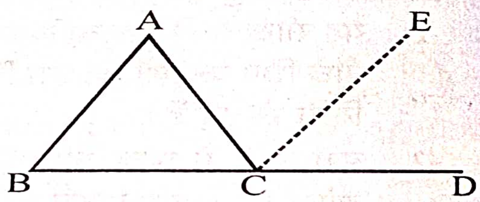
2. समस्या का हल—यह संश्लेषण विधि का अन्तिम पद है। यदि अध्यापक विश्लेषण के बाद संश्लेषण करता है तो वह समस्या का हल छात्रों के सहयोग से करता है और यदि वह सीधे संश्लेषण विधि द्वारा शिक्षण करता है तो हर समस्या का हल स्वयं प्रस्तुत करना पड़ता है।

3. समस्या का ज्ञान—इस पद पर अध्यापक छात्रों को उस समस्या का स्पष्ट ज्ञान कराता है।

उदाहरण 1. त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग दो समकोण होता है, सिद्ध करो।

हल—विश्लेषण विधि के तीन पद होते हैं—

1. समस्या की प्रस्तुति।
2. समस्या की अनुभूति।
3. समस्या का विश्लेषण।



अब संश्लेषण विधि की कार्य-प्रणाली को स्पष्ट किया जायेगा।

1. समस्या के आधार पर ज्ञान (i) क्या दिया है ?	ΔABC
2. समस्या का ज्ञान (i) क्या सिद्ध करना है ?	ΔABC में $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
3. समस्या का हल (i) $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ सिद्ध करने के लिये क्या रचना करनी होगी ?	ΔABC की भुजा BC को D बिन्दु तक बढ़ाया जायेगा और BA $\parallel$ CE रेखा खींची जायेगी।

(ii) $\angle BAC$ किस कोण के बराबर है ?	$\angle BAC = \angle ACE$
(iii) क्यों ?	एकान्तर कोण हैं।
(iv) $\angle ABC$ किस कोण के बराबर है ?	$\angle ABC = \angle ECD$
(v) क्यों ?	संगत कोण हैं।
(vi) $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB$ किसके बराबर हैं ?	$\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD + \angle ACB$
(vii) $\angle ACE + \angle ECD + \angle ACB$ कितने अंश के हैं ?	180° के हैं।

उदाहरण 2. राम ने श्याम से 600 रुपये साइकिल खरीदने को 3 प्रतिशत ब्याज की दर से उधार लिये। बताओ दो वर्ष बाद कितना ब्याज देना होगा ?

हल—क्रिया सूत्र—ब्याज $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

1. प्रश्न में मूलधन कितना है ?	प्रश्न में मूलधन 600 रु. है।
2. ब्याज की दर क्या है ?	3% दर दी है।
3. रुपया कितने समय के लिये उधार लिया गया है ?	2 वर्ष के लिये।
4. सूत्र के आधार पर ब्याज कितना आया ?	सरल ब्याज $= \frac{600 \times 3 \times 2}{100} = 36$ रु.

संश्लेषण विधि के गुण

1. यह शिक्षण की एक मनोवैज्ञानिक विधि है।
2. इस विधि में समय और शक्ति दोनों की बचत होती है।
3. चूँकि इसमें सोचने-समझने की अधिक आवश्यकता नहीं पड़ती, अतः छोटे और कमजोर छात्र भी इससे लाभ उठा सकते हैं।
4. इस विधि में छात्रों को वास्तविक क्रियाओं को करने का अवसर प्राप्त होता है।

संश्लेषण विधि के दोष

1. इस विधि में क्रियाओं के पदों का हमारे पास कोई कारण नहीं होता है। तर्क के अभाव में छात्रों को रटने का सहारा लेना पड़ता है।
2. यह विधि रटने की क्रिया पर निर्भर होने के कारण इसमें यदि किसी ज्ञान का विस्मरण हो जाये तो उसे पुनः खोजा नहीं जा सकता।
3. इस विधि में छात्रों को सोचने-समझने का अवसर प्राप्त नहीं होता है। अतः वे निष्क्रिय रहते हैं और इसलिये इस विधि में सही अर्थों में सीखना नहीं हो पाता।
4. इस विधि में खोजे हुए ज्ञान को खोजा जाता है, अतः किसी नवीन ज्ञान की खोज नहीं हो पाती।

यह सही है कि विश्लेषण-संश्लेषण दो अलग-अलग विधियाँ हैं, परन्तु यदि वास्तविक रूप में सोचा जाये तो विश्लेषण विधि अधूरी है, जब तक कि संश्लेषण विधि का प्रयोग न किया जाये। संश्लेषण

विधि भी अपने आप में अपूर्ण है। अतः दोनों विधियाँ एक-दूसरे की पूरक हैं अर्थात् अन्योन्याश्रित हैं, इसलिये दोनों विधियों का साथ-साथ प्रयोग करते हैं और समस्या का हल खोजते हैं। गणित विषय में अधिकतर विश्लेषण विधियों का प्रयोग करते हैं।

प्रयोगशाला विधि (LABORATORY METHOD)

प्रयोग शब्द एक व्यापक शब्द है। प्रारम्भ में व्यक्ति ने कुछ वस्तुओं को खाकर देखा होगा अर्थात् उनको खाने का प्रयोग किया होगा और प्रयोग के आधार पर जिन्हें लाभकर पाया होगा, उनका खाना जारी रखा होगा और जिन्हें प्रयोग के आधार पर हानिकारक पाया होगा उनका खाना वर्जित किया होगा। अगर वास्तव में विचार किया जाये तो व्यक्ति ने अब तक जो भी कुछ सीखा है वह सब प्रयोग अर्थात् निरीक्षण, अनुभव, निर्णय द्वारा ही सीखा है। इस दृष्टि से प्रयोग विधि एक नैसर्गिक विधि है, परन्तु जब हम शिक्षण के समय में प्रयोगात्मक विधि की बात करते हैं तो वही इस सीखने की प्रयोगात्मक विधि से कुछ भिन्न है। प्रयोगात्मक विधि शिक्षण की वह विधि है जिसके द्वारा छात्र खोजे गये तथ्यों, नियमों और सिद्धान्तों का प्रयोग सत्यापन द्वारा करते हैं और उनका प्रयोग तत्सम्बन्धी समस्याओं को हल करने में करते हैं।

प्रयोग तो अनेक शिक्षण विधियों में किये जाते हैं, परन्तु उन सबको प्रयोगात्मक विधि नहीं कहते हैं। प्रयोगात्मक विधि वह विधि है जिसमें शिक्षक छात्रों को सर्वप्रथम तथ्यों, नियमों अथवा सिद्धान्तों का ज्ञान कराता है और फिर छात्रों को इन तथ्यों, नियमों अथवा सिद्धान्तों को प्रयोगों द्वारा सिद्ध करने की विधि बताता है और इसके बाद छात्र प्रयोग करते हैं। शिक्षक उनके इस कार्य में सहायता करता है और अन्त में छात्र प्रयोगों के निष्कर्ष से तथ्य, नियम एवं सिद्धान्त का सत्यापन करते हैं। इस विधि का प्रयोग इस प्रकार सीखे गये तथ्यों, नियमों एवं सिद्धान्तों के प्रयोग हेतु भी किया जाता है।

प्रयोगशाला विधि वास्तव में आगमन विधि का विस्तृत रूप है जहाँ छात्र स्वयं करके सीखता है तथा सिद्धान्तों का प्रतिपादन केवल चित्र बनाकर ही नहीं, बल्कि स्वयं मानकर करता है। मीटर, लीटर, किलोग्राम प्रणाली में छोटी-छोटी मापों को लेकर बड़ी-बड़ी मापों के एक-दूसरे से सम्बन्ध की जानकारी छोटे बच्चों को वास्तविक ज्ञान की जानकारी प्रयोगशाला से ही दी जा सकती है। खेतों के क्षेत्रफल का ज्ञान खेतों पर ले जाकर नपवाकर दिया जा सकता है। बड़े-बड़े छात्रों को गणित के प्रयोग कम्प्यूटर, सेकसटेंट आदि अनेक यन्त्रों के माध्यम से दी जा सकती है। गणित की प्रयोगशाला का तात्पर्य नाप-तोल के कार्य स्वयं करके सीखने से होता है। अतः प्रयोगशाला विधि वह विधि है जहाँ छात्र स्वयं कार्य करके ज्ञान को अर्जित करते हैं। इसमें निम्न सिद्धान्तों का प्रतिपादन किया जाता है—

1. करके सीखना।
2. निरीक्षण से सीखना।
3. मूर्त से अमूर्त की ओर।

रेखागणित में सभी नियमों का निर्माण करना प्रयोगशाला विधि पर आधारित है। ठोसों का ज्ञान, उनका पृष्ठतल व आयतन की गणना करना भी प्रयोगात्मक तथ्य है। खेतों के क्षेत्रफल, बैंक की सम्पूर्ण कार्यवाही की जानकारी, रेखा, कोणों का बनाना तथा वृत्त की परिधि और व्यास में सम्बन्ध स्थापित करना आदि प्रयोगात्मक तथ्य ही हैं।